

گزینه ۱

۱

$$[x^2 - 1] = -1 \Rightarrow -1 \leq x^2 - 1 < 0 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$$

گزینه ۲

۲

ابتدا توجه کنید که $\sqrt{3} \approx 1/7$ ، پس:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 \times 1 = 1 \Rightarrow -\frac{1}{2}f(\sqrt{3}) = -\frac{1}{2} \times 1 = -0.5 \\ \Rightarrow f(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})) &= (-0.5)^2 - 2[-0.5] = 0.25 - 2(-1) = 2.25 \end{aligned}$$

گزینه ۴

۳

$$\left. \begin{aligned} x - 1 &\geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ [x] - 4 &= 0 \Rightarrow [x] = 4 \Rightarrow 4 \leq x < 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_f = [1, 4) \cup [5, +\infty)$$

گزینه ۴

۴

عبارت را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \cot^2(54^\circ - 3^\circ) \tan(36^\circ - 6^\circ) + \lambda \sin^2(36^\circ + 135^\circ) \cos(-54^\circ - 3^\circ) \\ &= \cot^2(3^\circ) \tan(-6^\circ) + \lambda \sin^2(135^\circ) (-\cos 3^\circ) \\ &= (\sqrt{3})^2 \times (-\sqrt{3}) + \lambda \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= -3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -5\sqrt{3} \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۵

$$L_{\widehat{AB}} = 2\pi \Rightarrow r.\theta = 2\pi \Rightarrow r.\frac{\pi}{3} = 2\pi \Rightarrow r = 6$$

شعاع دایره بیرونی $ON = OM = 8$

$$L_{\widehat{MN}} = OM.\theta = 8\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{8\pi}{3}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{1/5}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{2}{5}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{5}{2}$$

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{16} \xrightarrow{\times 6} -\frac{\pi}{2} < 6x < \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{\pi}{2} < 6x \leq 0 \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos 6x \leq 1 \\ 0 \leq 6x < \frac{\pi}{8} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < \cos 6x \leq 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cup} \frac{1}{2} < \cos 6x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1-2m}{3} \leq 1$$

$$\xrightarrow{\times 6} 3 < 2-6m \leq 6 \xrightarrow{-2} 1 < -6m \leq 3$$

$$\xrightarrow{\div (-6)} -1 \leq m < -\frac{1}{3}$$

جعبه ابزار:

تبدیل زوایا برحسب ۲۲° :

$$۲۲^\circ = ۱۸۰^\circ - ۱۵۸^\circ$$

$$\Rightarrow ۱۵۸^\circ = ۱۸۰^\circ - ۲۲^\circ, \dots$$

$$\sin(-۱۱۲^\circ) = -\sin ۱۱۲^\circ$$

$$-\sin ۱۱۲^\circ = -\sin(۹۰^\circ + ۲۲^\circ) = -\cos ۲۲^\circ$$

$$\sin ۱۵۸^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۲۲^\circ) = \sin ۲۲^\circ$$

$$\cos ۵۶۲^\circ = \cos(۳ \times ۱۸۰^\circ + ۲۲^\circ) = \cos(۱۸۰^\circ + ۲۲^\circ) = -\cos ۲۲^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(-۱۱۲^\circ) + \sin ۱۵۸^\circ}{\cos ۵۶۲^\circ} = \frac{-\cos ۲۲^\circ + \sin ۲۲^\circ}{-\cos ۲۲^\circ}$$

$$\Rightarrow ۱ - \tan ۲۲^\circ = ۱ - ۰/۴ = ۰/۶$$

چالش سؤال: تعیین زاویه منفی و زوایای دیگر در نواحی دیگر